

教育部顧問室
影像顯示科技人才培育計畫
95 年專題實作競賽

1. 參賽題目	利用光學干涉儀量測液晶的相位延遲
2. 參賽組別	工程技術獎
3. 指導教授	許芳文
4. 參賽成員	劉書巖
5. 參賽單位	國立嘉義大學/應用物理學系

摘要

我們使用 Mach-Zehnder 干涉儀的架構來研究水平配向的液晶所造成的相位延遲。首先利用第一個分光鏡將 45° 線偏振雷射光分成干涉儀的兩臂，再分別經過待測液晶及架在 PZT 上的反射鏡，並由 PZT 反射鏡做光程及相位調變。兩臂的光經由第二個分光鏡進行重合、干涉之後，我們再用極化分光鏡將其中一道干涉光分成水平偏振及垂直偏振兩個分量，再用自製的快速光偵測器分別收集干涉訊號至數位示波器，以測量其相位延遲大小。我們除了利用光學干涉儀來量測液晶的相位延遲之外，還用了另一個方法來量測並計算出液晶的相位延遲，以將此兩種測量值進行比對。由於輸入線偏振光和液晶主軸夾 45° ，且液晶為雙折射分子，所以在液晶的輸出端將形成橢圓偏振光，若我們在液晶輸出端放置一個偏振片，並轉動偏振片，分別量得最大和最小穿透光強度，即可利用理論求出兩個在液晶主軸方向偏振的光分量的相位差。最後我們將此值與干涉儀所量出來的相位差進行比較，結果相當一致。

作品簡介

一、題目

利用光學干涉儀量測液晶的相位延遲

二、作品摘要

1. 前言

液晶具有雙折射特性，此實驗是利用 Mach-Zehnder 干涉儀的架構來量測水平配向的液晶（材料為：ZLI）所造成的相位延遲大小。而用干涉儀來研究具有雙折射特性物質的靈感來自於參考文獻[1]，它是在 1998 年由 V. Sikka 等人所做的一個以光的干涉為基礎，進而測量出一段 70 公分極化保持單模光纖的拍頻長度的實驗。

此外，我們也在另一實驗中利用偏振片量測出最大和最小穿透光強度 I_a 和 I_b ，利用相位延遲對光強度的理論公式求出相位延遲大小，並藉此檢驗我們使用 Mach-Zehnder 干涉儀架構所測得的相位延遲大小是否正確。

2. 實驗原理

此作品分為兩部份，第一部份是利用 Mach-Zehnder 干涉儀架構來量測液晶造成的相位延遲。干涉儀的兩臂分別放置待測液晶和架在 PZT（piezoelectric transducer）上的反射鏡，在 PZT 上外加一個隨時間呈線性變化的電壓（例如三角波）。利用此裝有 PZT 的反射鏡，使自由空間光徑的光程與相位隨著時間呈線性變化，也就是用 PZT 反射鏡做相位調變之意。待光進行干涉之後，我們用極化分光鏡分出兩道互相垂直偏振的光，並於干涉儀輸出端量到兩個交流的輸出訊號，再將這兩個交流訊號輸入至訊號分析儀（示波器），測量出它們的相位延遲大小（phase delay）。而因為驅動 PZT 的電壓是三角波，所以隨時間變化的光程是以 $z_0 + a \times t$ 的形式做改變， a 是光程的改變速率。詳細的系統架構圖與系統實體圖請見圖一及圖二。

詳細的理論推導如下：首先光源經由第一個分光鏡分成兩個光徑。經過液晶光徑的電場可寫成：

$$\vec{E}_{LC} = A_x \exp[j\beta_x L + j\beta_0(z_0 - L)] \hat{x} + A_y \exp[j\beta_y L + j\beta_0(z_0 - L)] \hat{y}$$

其中 β_x 、 β_y 是液晶主軸兩極化正交模態的傳播常數， \hat{x} 、 \hat{y} 為沿著兩個雙折射主軸（ x 軸、 y 軸）的單位向量， β_0 為自由空間的傳播常數， z_0 為光徑總距離， L 為待測液晶的厚度。

而另一經過 PZT 反射鏡、自由空間光徑的電場為：

$$\vec{E}_{\text{PZT}} = A'_x \exp[j\beta_0(z_0 + a \times t)] \hat{x} + A'_y \exp[j\beta_0(z_0 + a \times t)] \hat{y}$$

最後兩道光束經由干涉儀第二個分光鏡重合、干涉之後，其中一道干涉光再經過極化分光鏡分成水平偏振及垂直偏振兩個分量，其光強度分別是：

$$\begin{aligned} I_x(t) &= \left| A_x \exp[j\beta_x L + j\beta_0(z_0 - L)] + A'_x \exp[j\beta_0(z_0 + a \times t)] \right|^2 \\ &= |A_x|^2 + |A'_x|^2 + 2A_x A'_x \times \cos[\beta_x L + \beta_0(z_0 - L) - \beta_0(z_0 + a \times t)] \\ &= |A_x|^2 + |A'_x|^2 + 2A_x A'_x \times \cos[(\beta_x - \beta_0)L - \beta_0 \times a \times t] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_y(t) &= \left| A_y \exp[j\beta_y L + j\beta_0(z_0 - L)] + A'_y \exp[j\beta_0(z_0 + a \times t)] \right|^2 \\ &= |A_y|^2 + |A'_y|^2 + 2A_y A'_y \times \cos[\beta_y L + \beta_0(z_0 - L) - \beta_0(z_0 + a \times t)] \\ &= |A_y|^2 + |A'_y|^2 + 2A_y A'_y \times \cos[(\beta_y - \beta_0)L - \beta_0 \times a \times t] \end{aligned}$$

所以 $I_x(t)$ 與 $I_y(t)$ 的相位延遲大小 (phase delay) 為：

$$\phi = (\beta_x - \beta_0)L - (\beta_y - \beta_0)L = (\beta_x - \beta_y)L$$

只要驅動 PZT 的電壓振幅大到足以使得 $I_x(t)$ 與 $I_y(t)$ 相位變化達到一個 cosine 週期以上，便可在示波器上觀察到兩個光偵測器分別量到的光強度 $I_x(t)$ 與 $I_y(t)$ 震盪訊號之相位差。

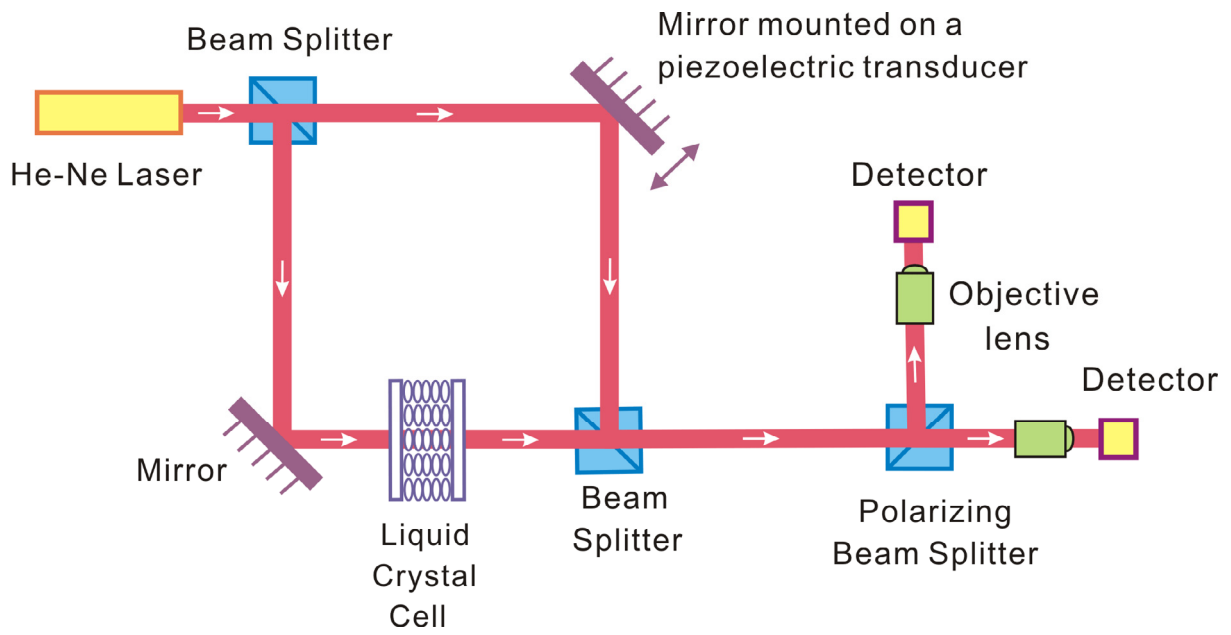
第二部份是將線偏振的光以 45° 角 (相對於液晶主軸) 入射待測液晶，由於液晶的雙折射特性，使得原本的線偏振光變成橢圓偏振光。利用橢圓偏振光的一個理論公式

$$\sin \phi = \pm \frac{2\sqrt{I_a \cdot I_b}}{I_a + I_b}$$

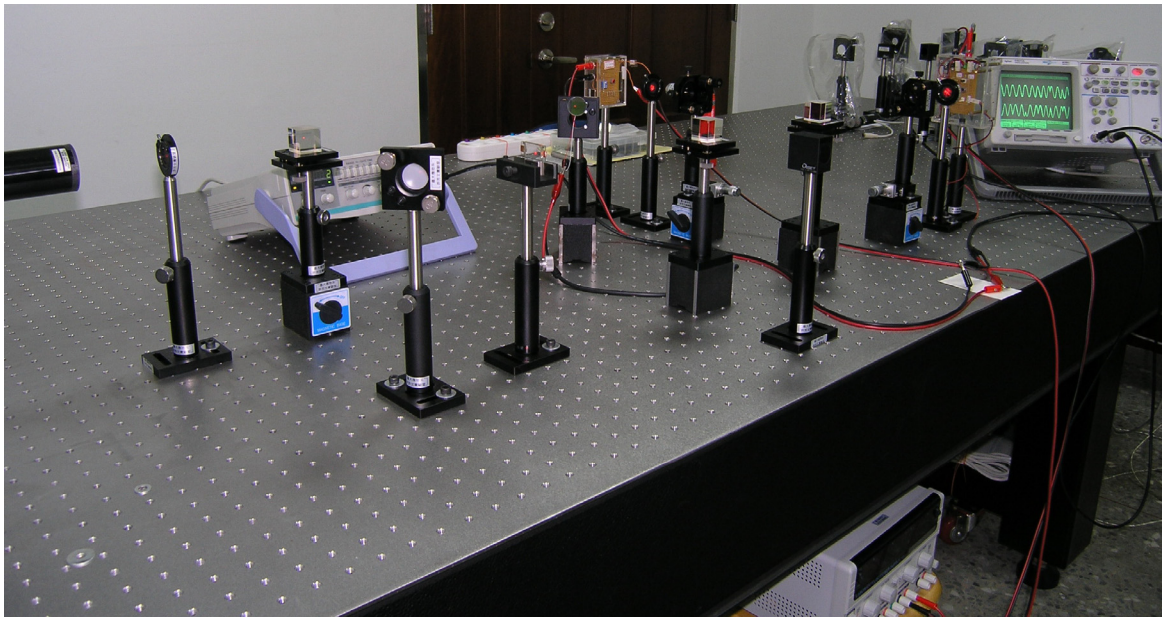
算出相位差，可以用來檢驗我們使用 Mach-Zehnder 干涉儀架構所測得

的相位延遲大小是否正確。詳細的系統實體圖請見圖四。

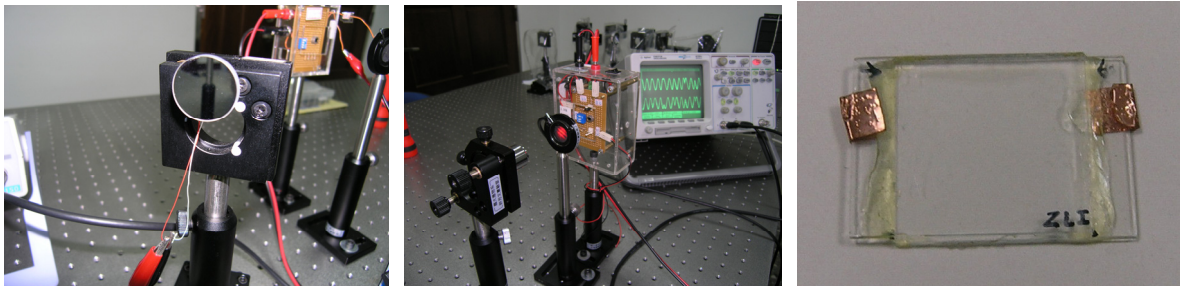
3. 實驗系統與步驟



圖一 實驗第一部份的系統架構圖



圖二 實驗第一部份的系統實體圖

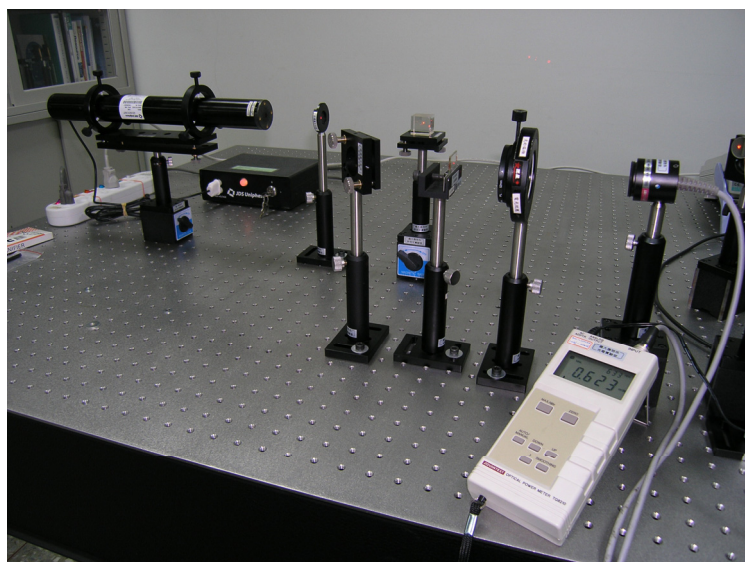


圖三 (a) PZT 反射鏡 (b) 物鏡、光圈、光偵測器、示波器 (c) 待測液晶

第一部份的實驗是先將線偏振的氦氖雷射光源以 45° 角入射至分光鏡，分成穿透和反射兩道光徑。其中，穿透光束會經過一面裝有 PZT 的反射鏡，我們在 PZT 上外加三角波交流訊號，使得穿透光束的光程以 $z_0 + a \times t$ 的形式做改變， a 是光程的改變速率。而反射光束則是經由一個反射鏡反射後再射入待測液晶。這兩道光束透過第二個分光鏡進行干涉，干涉後的光經由一個極化分光鏡分成兩偏振互相垂直的光，用兩個快速光偵測器偵測之，並把光訊號轉成電訊號，輸入至數位示波器以測量兩垂直偏振光的相位差。

第二部份的實驗目的是要利用橢圓偏振光的理論公式 $\sin \phi = \pm \frac{2\sqrt{I_a \cdot I_b}}{I_a + I_b}$ 所算出的相

位差，去檢驗我們用 Mach-Zehnder 干涉儀架構所測得的相位延遲大小是否正確。系統實體圖如下：



圖四 實驗第二部份的系統實體圖

第二部份的實驗是將線偏振的光以 45° 角（相對於液晶主軸）入射待測液晶（在原來干涉儀系統中相同位置），由於液晶的雙折射特性，使得原本的線偏振的光變成橢圓偏振，我們在待測液晶後放置一個偏振片，每隔 5° 量一次光功率，量了 72 次之後用 Origin

電腦軟體作圖，並把其中最大和最小光強度 I_a 和 I_b 代入理論公式 $\sin \phi = \pm \frac{2\sqrt{I_a \cdot I_b}}{I_a + I_b}$ ，求

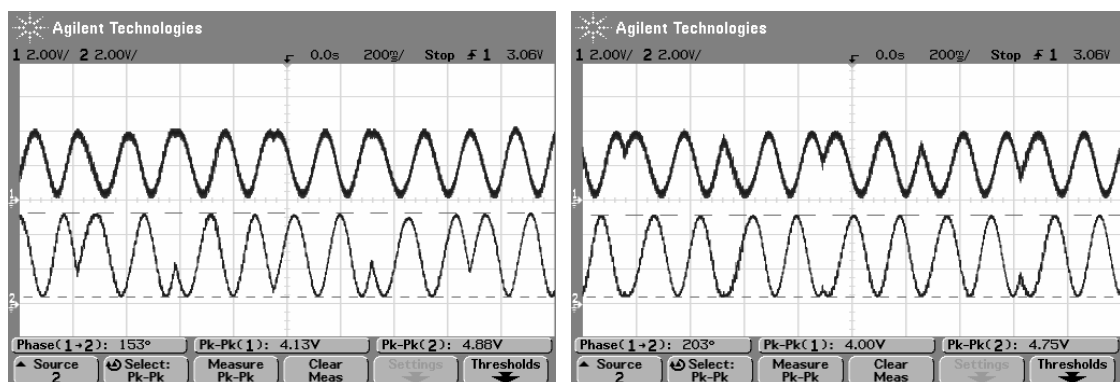
出相位差，再和第一部份的實驗所測得的相位延遲做比對。

三、創新性說明

我們利用 Mach-Zehnder 干涉儀的架構來量測液晶所造成的相位延遲大小，並且用另一實驗方法量測相同液晶樣本的相位延遲。兩實驗值相互佐證測量之準確性，再搭配上電腦模擬的結果，便能更進一步的確定實驗結果的正確性了。

四、具體成果說明

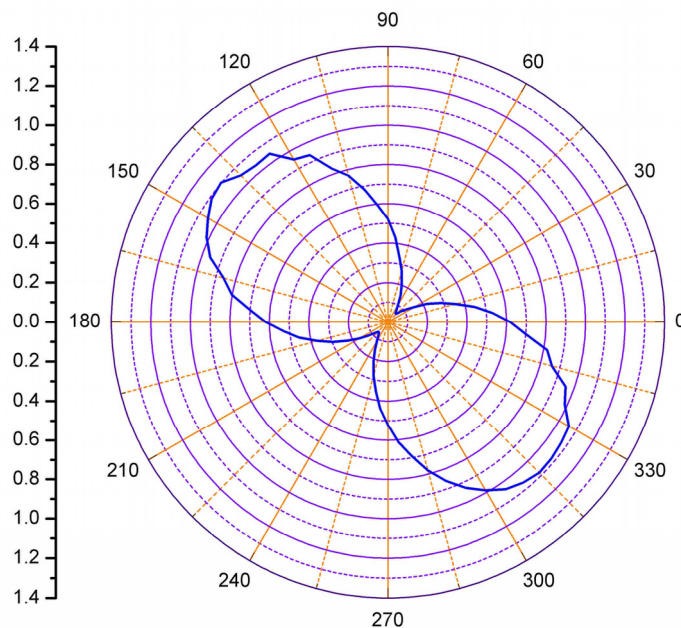
第一部份的實驗成果是用示波器量測出干涉儀兩臂光束在兩正交偏振方向的干涉震盪波形及其相位差（如圖五）。但由於 PZT 的前後震盪，所以會造成兩種相位差的量測值。



圖五 (a) 相位差為 153°

(b) 相位差為 203°

第二部份的實驗成果是將偏振片穿透光強度的角度分布量測結果用 Origin 電腦軟體作圖：



圖六 光經過待測液晶及偏振片之後所測得的光強度分佈

我們轉動偏振片測量到最大和最小光強度 I_a 和 I_b 分別是：1.103 mW 和 0.062 mW，

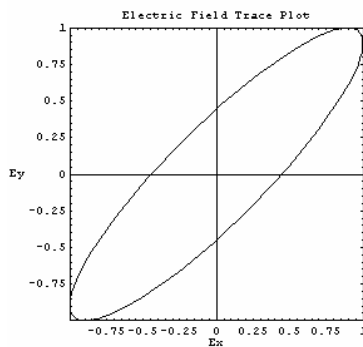
代入理論公式： $\sin \phi = \pm \frac{2\sqrt{I_a \cdot I_b}}{I_a + I_b}$ 計算出相位差 $\phi = \pm 26.67^\circ$ 。針對此角度，我們用

Mathematica 電腦軟體做模擬圖，印證出雖然相位差算出來的大小值是 26.7° ，但與實驗結果相符的相位差確實是在 153.3° 及 206.7° ，原因是因為反正弦函數的定義域的關係所造成的盲點。將盲點想通後，前後兩個實驗的測量值便互相一致了！

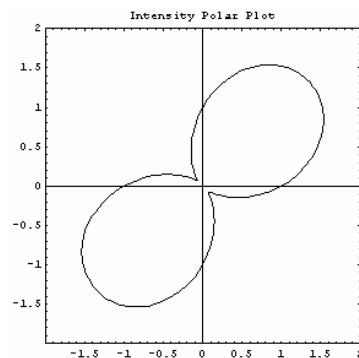
以下是 Mathematica 模擬程式碼及其模擬圖形：

```
<<Graphics`;  
phi = 26.7; phi_r = phi * pi / 180;  
Print["phase delay = ", phi, " degree"];  
ParametricPlot[{1 * Cos[t], 1 * Cos[t + phi_r]}, {t, 0, 2 * pi}, AspectRatio -> Automatic, Frame -> True,  
  FrameLabel -> {Ex, Ey, "Electric Field Trace Plot", ""}, RotateLabel -> False, PlotRange -> {{-1, 1}, {-1, 1}}];  
PolarPlot[Abs[1 * Cos[theta] + 1 * Exp[i * phi_r] * Sin[theta]]^2, {theta, 0, 2 * pi},  
  PlotLabel -> "Intensity Polar Plot", Frame -> True, PlotRange -> {{-2, 2}, {-2, 2}}];  
Plot[{1 * Cos[t], 1 * Cos[t + phi_r]}, {t, 0, 4 * pi}, Frame -> True, FrameLabel -> {"t", "E(t)", "", ""}, RotateLabel -> False];  
Print["-----"];
```

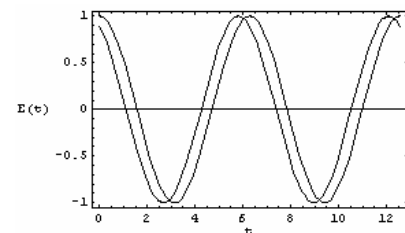
phase delay = 26.7 degree



圖七 (a) 電場軌跡



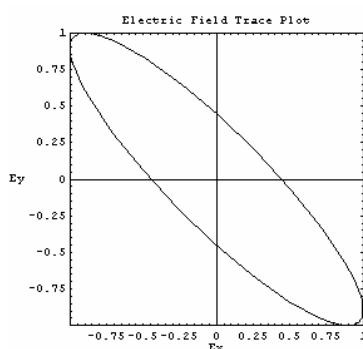
(b) 光強度分佈圖



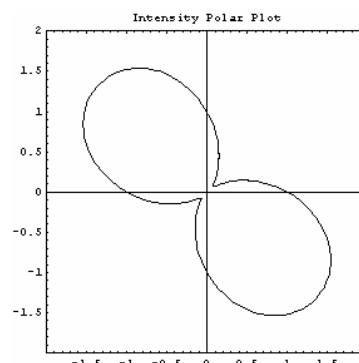
(c) 模擬示波器上的圖

由圖七 (b) 對應到圖六 (b)，可看到理論跟實驗結果不符，發現反正弦函數的定義域所造成的盲點後，又分別將 $180^\circ \pm 26.7^\circ$ 代入模擬，模擬結果如下：

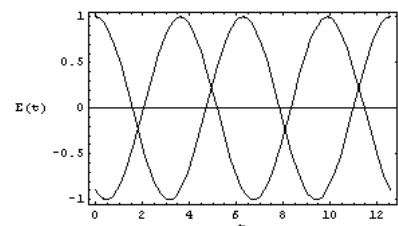
phase delay = 153.3 degree



圖八 (a) 電場軌跡

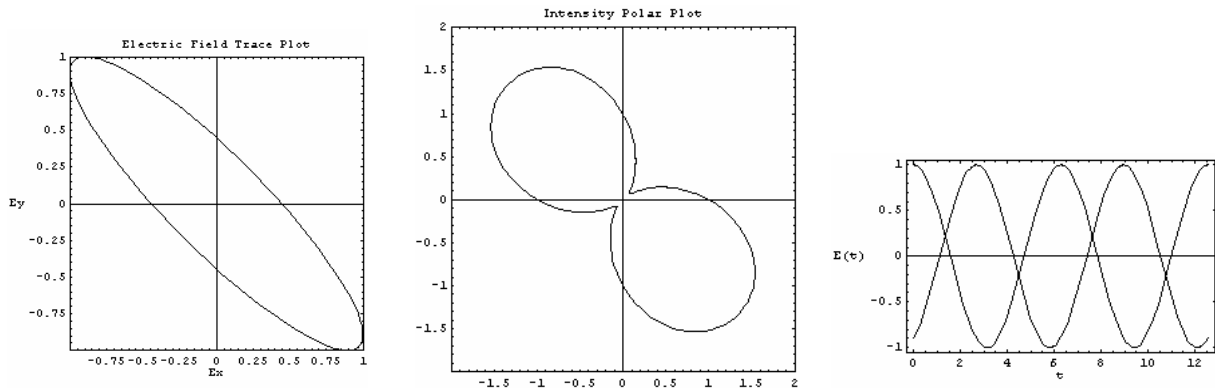


(b) 光強度分佈圖



(c) 模擬示波器上的圖

phase delay = 206.7 degree



圖九 (a) 電場軌跡

(b) 光強度分佈圖

(c) 模擬示波器上的圖

結果可發現無論圖八 (b) 或圖九 (b) 皆可對應圖六 (b)，而圖八 (c) 和圖九 (c) 可以對應到圖五 (a) 和圖五 (b)，因此理論模擬和兩個實驗結果在比對之後皆可符合。

五、結論

我們分別利用干涉儀架構及橢圓偏振光檢測理論設計兩個實驗，測量同一液晶樣本的相位延遲大小，接著搭配理論模擬，將兩個實驗量測值與模擬結果相互參照比對後發現皆相當符合！所以使用干涉儀架構來測量雙折射性物質的相位延遲，亦不失為一種快速直接而且可行的方法。

六、參考文獻

- [1] V. Sikka, S. Balasubramanian, A. Viswanath, and K. Srinivasan, "Correlation-Based Interferometric Method of Evaluating the Beat Length," *Appl. Opt.* **37**, 350 (1998).