

教育部顧問室
影像顯示科技人才培育計畫
95 年專題實作競賽

1. 參賽題目	利用波長可調雷射量測液晶的拍頻長度
2. 參賽組別	工程技術獎
3. 指導教授	許芳文
4. 參賽成員	楊舒淳
5. 參賽單位	國立嘉義大學/應用物理學系

摘要

液晶的光學特性有許多種，在此我們想要深入探討液晶的拍頻長度，我們利用兩個垂直偏振模態相位差與波長之間的關係來求得液晶的拍頻長度。將線性偏振光源輸入待測液晶，其線性偏振角度與液晶主軸呈 45° ，一般來說，在液晶輸出端將成為橢圓偏振光，而橢圓長短主軸與液晶特徵主軸將會差 45° 。接著在液晶後面放置一個檢偏片 (Analyzer)，然後用光功率計 (optical power meter) 量測各種角度下穿透光的強度，兩個液晶主軸偏振模態的相位差與其最大和最小光強度有一關係式，我們藉由實驗量得最大和最小光強度，即可求得在液晶輸出端兩個模態之間的相位差。當輸入光波長改變，兩個模態之間的相位差會呈線性變化，若將相位差對波長作圖，其斜率會與拍頻長度有關，藉由此方法即可求得液晶之拍頻長度，並探討其光學特性。

作品簡介

一、 題目

利用波長可調雷射量測液晶的拍頻長度

二、 作品摘要

1. 前言

液晶的光學特性有許多種，在此我們想要深入探討液晶的拍頻長度 (beat length)。液晶有雙折射 (birefringence) 特性，其兩個特徵主軸垂直極化模態的傳遞常數 (propagation constant) 會有所差異，而雙折射程度通常用兩個模態之間的拍頻長度 (beat length) 來表示，拍頻長度定義為兩個垂直極化模態之間的相位差為 2π 的光傳遞長度。1983 年 K. Kikuchi 等人利用兩個垂直偏振模態相位差與波長之間的關係來求得雙折射光纖的拍頻長度[1]，我們想要利用其原理來量測液晶的拍頻長度。

2. 實驗原理

將線性偏振光源輸入待測液晶，其線性偏振角度與液晶主軸呈 45° ，一般來說，在液晶輸出端將成為橢圓偏振光，而橢圓長短主軸與液晶特徵主軸將會差 45° 。接著在液晶後面放置一個檢偏片 (Analyzer)，然後用光功率計 (optical power meter) 量測各種角度下穿透光的強度，兩個液晶橢圓主軸偏振模態的相位差與最大和最小光強度 I_a 和 I_b 的關係式可寫成 $\sin\phi = \pm \frac{2\sqrt{I_a I_b}}{I_a + I_b}$ ，我們藉由實驗得到 I_a 和 I_b ，即可求得 ϕ 。在液晶輸出端兩個模態之間的相位差為 $\phi = \ell \Delta\beta$ ，其中 $\Delta\beta$ 為兩個模態的傳遞常數差， ℓ 為光通過液晶的寬度。利用波長可調雷射，輸入光源波長 λ 有 $\Delta\lambda$ 的微調，則

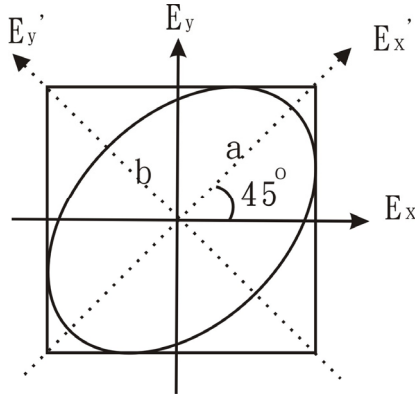
關係式可寫成 $\sin\phi = \pm \frac{2\sqrt{I_a I_b}}{I_a + I_b}$ ，我們藉由實驗得到 I_a 和 I_b ，即可求得 ϕ 。在液晶輸出端兩個模態之間的相位差為 $\phi = \ell \Delta\beta$ ，其中 $\Delta\beta$ 為兩個模態的傳遞常數差， ℓ 為光通過液晶的寬度。利用波長可調雷射，輸入光源波長 λ 有 $\Delta\lambda$ 的微調，則

個模態之間的相位差為 $\phi = \ell \Delta\beta$ ，其中 $\Delta\beta$ 為兩個模態的傳遞常數差， ℓ 為光通過液晶的寬度。利用波長可調雷射，輸入光源波長 λ 有 $\Delta\lambda$ 的微調，則

$$\Delta\phi = \ell \Delta\lambda \frac{d(\Delta\beta)}{d\lambda} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \ell \Delta\beta, \text{ 將拍頻長度 } L = \frac{2\pi}{\Delta\beta} \text{ 的定義代入得 } \frac{\Delta\phi}{\Delta\lambda} = -\frac{1}{L} \frac{2\pi}{\lambda}, \text{ 並且把}$$

先後求得的 ϕ 對 λ 做圖，求出其直線斜率即可得到拍頻長度 L 。

除此之外我們也詳細推导出 $\sin\phi = \pm \frac{2\sqrt{I_a I_b}}{I_a + I_b}$ 的由來：



兩垂直偏振模態之間的相位差為 ϕ ，則設其電場分別為：

$$E_x = E_0 \cos\omega t$$

$$E_y = E_0 \cos(\omega t + \phi) = E_0 \cos\omega t \cos\phi - E_0 \sin\omega t \sin\phi$$

將 E_y 用 E_x 代換即得

$$E_y = E_x \cos\phi - E_0 \sin\omega t \sin\phi$$

$$\Rightarrow (E_y - E_x \cos\phi)^2 = E_0^2 \sin^2\omega t \sin^2\phi = E_0^2 (1 - \cos^2\omega t) \sin^2\phi = E_0^2 \sin^2\phi - E_x^2 \sin^2\phi$$

$$\Rightarrow E_x^2 \cos^2\phi - 2E_x E_y \cos\phi + E_y^2 = E_0^2 \sin^2\phi - E_x^2 \sin^2\phi$$

$$\Rightarrow E_x^2 - 2E_x E_y \cos\phi + E_y^2 = E_0^2 \sin^2\phi \cdots (1)$$

接著利用座標旋轉矩陣將 E_x, E_y 用 E'_x, E'_y 來表示：

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} \text{ 代入(1)中}$$

$$\text{整理可得 } (1 - \cos\phi)E_x'^2 + (1 + \cos\phi)E_y'^2 = E_0^2 \sin^2\phi$$

這也就是在 E'_x, E'_y 橢圓主軸座標的橢圓方程式，可對應於 $\frac{E_x'^2}{a^2} + \frac{E_y'^2}{b^2} = 1$ 。

$$\text{因此光強度 } I_a \text{ 正比於 } E_a^2 \text{ 也就是正比於 } a^2 = \frac{E_0^2 \sin^2\phi}{1 - \cos\phi}$$

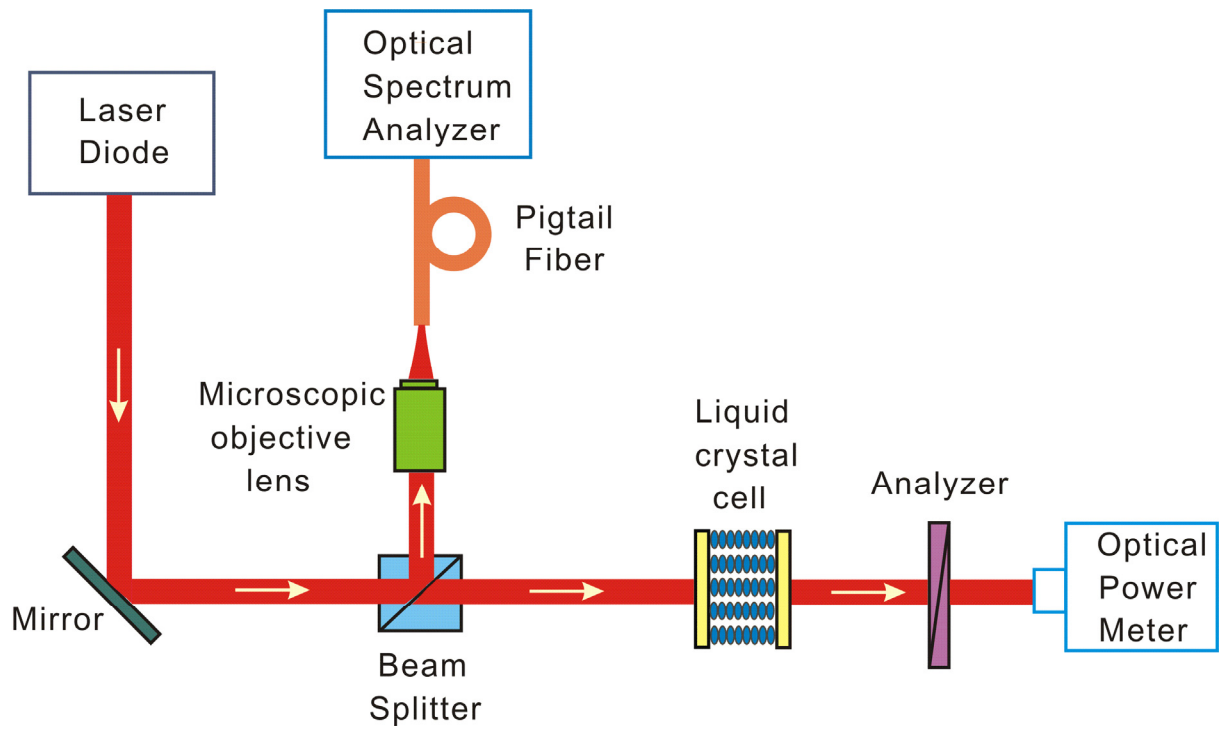
$$\text{同理光強度 } I_b \text{ 正比於 } E_b^2 \text{ 也就是正比於 } b^2 = \frac{E_0^2 \sin^2\phi}{1 + \cos\phi}$$

$$\text{其中 } a^2 + b^2 = 2E_0^2, \quad a^2 b^2 = E_0^4 \sin^2\phi$$

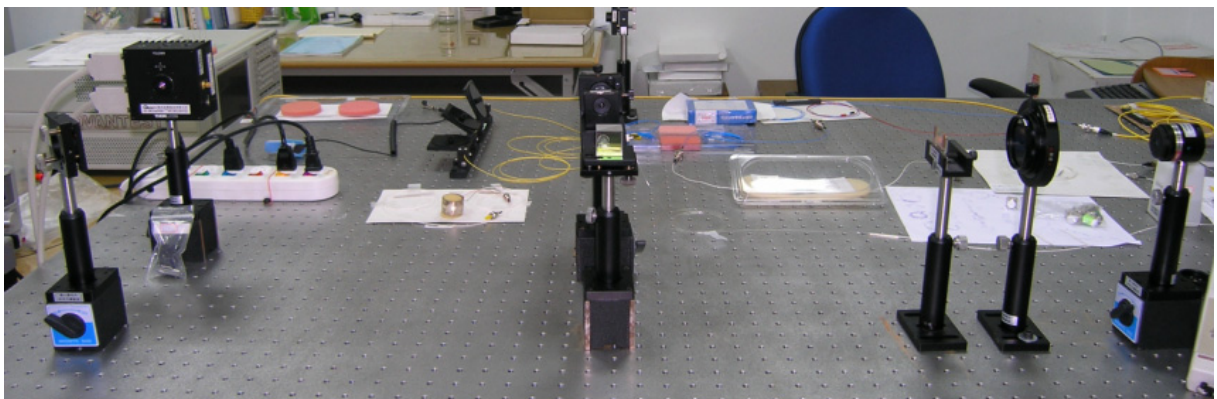
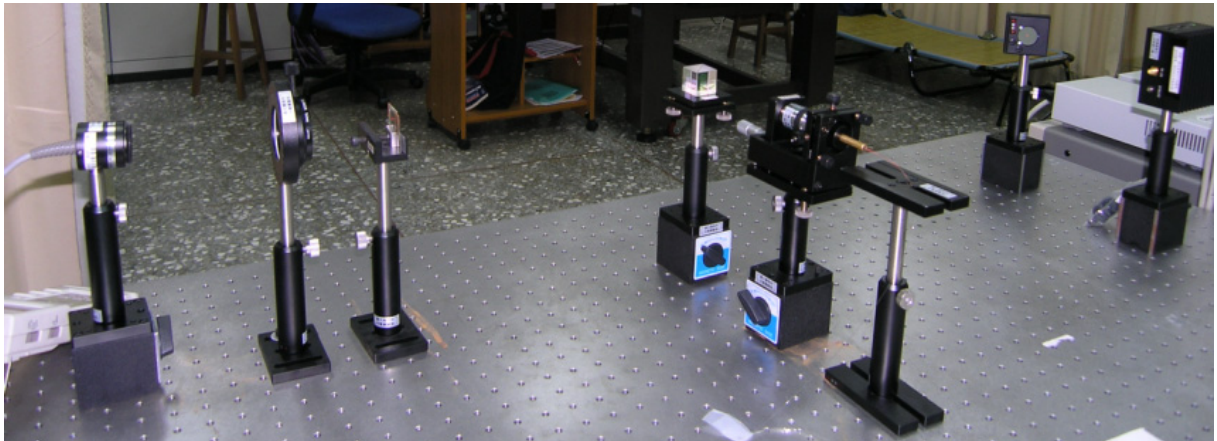
$$\text{故 } 2\sqrt{a^2 b^2} = 2E_0^2 \sqrt{\sin^2\phi} = (a^2 + b^2)(\pm \sin\phi)$$

$$\Rightarrow \sin\phi = \pm \frac{2\sqrt{a^2 b^2}}{a^2 + b^2} = \pm \frac{2\sqrt{I_a I_b}}{I_a + I_b}$$

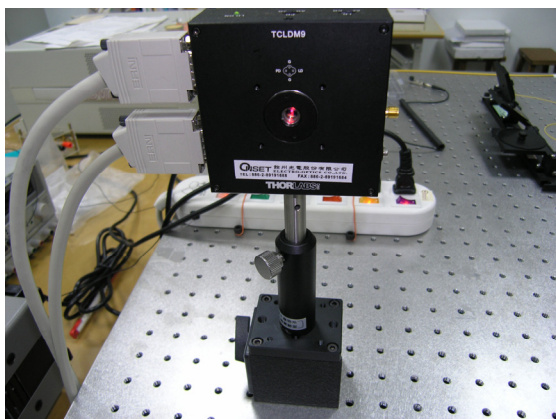
3. 實驗系統與步驟



圖一 實驗系統架構圖



圖二 實驗系統實體圖

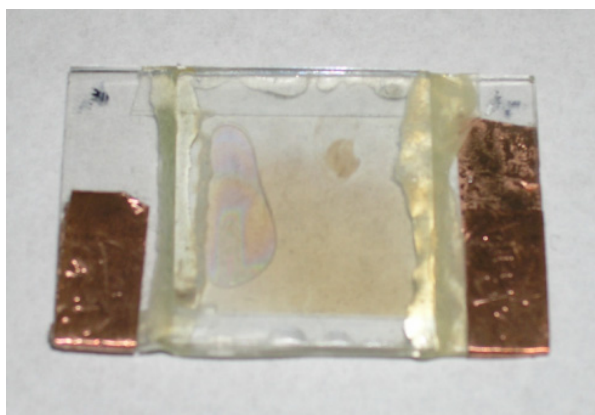


(a)



(b)

圖三 (a) 雷射二極體光源及固定架 (b) 雷射二極體電流驅動器及溫度控制器



圖四 液晶盒：水平配向，材料為 E7

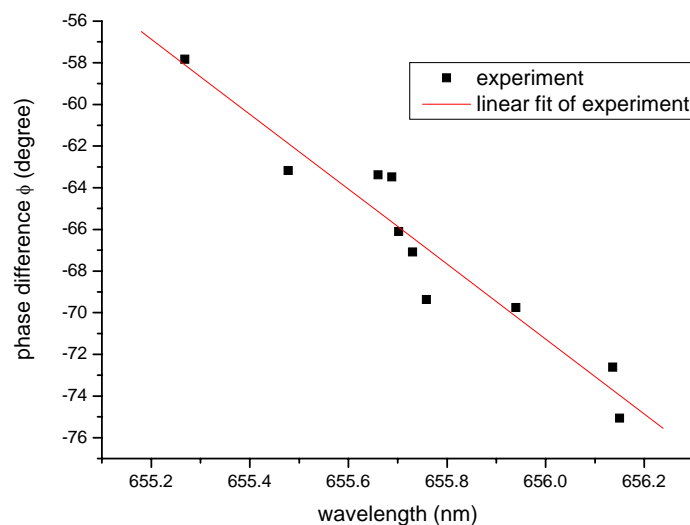
圖一、圖二為我們實驗系統架構圖及實體圖，波長可調雷射光源為二極體雷射（如圖三），藉由控制不同溫度（圖三b），中心波長會漂移。雷射光經由反射鏡調整其水平準直度，再經過分光鏡分成兩道光，其中一道光利用準直物鏡聚焦至豬尾巴光纖 (pigtail fiber)，接到光譜儀 (optical spectrum analyzer) 量測雷射光的中心波長；另外一道光輸入待測液晶（如圖四），液晶不加偏壓，為水平配向，液晶材料為 E7 ($n_{\parallel} = 1.7462$, $n_{\perp} = 1.5216$)，二極體雷射光為線性偏振光，我們調整其線性偏振角度與液晶主軸呈 45° ，在液晶輸出端將成為橢圓偏振光，檢偏片和光功率計用來量測最大和最小光強度 I_a 和 I_b 。接著再調整不同雷射光源波長，反覆做實驗。

我們由實驗獲得許多波長下的最大和最小光強度 I_a 和 I_b 並代入 $\sin\phi = \pm \frac{2\sqrt{I_a I_b}}{I_a + I_b}$ ，可求得在不同波長下的垂直偏振模態相位差 ϕ ，即可對 ϕ 和 λ 做圖，求出其直線斜率。再將液晶寬度 ℓ 與中心波長 λ 代入 $\frac{\Delta\phi}{\Delta\lambda} = -\frac{1}{\lambda} \frac{2\pi\ell}{L}$ ，便可求得拍頻長度 L 。

三、創新性說明

許多人用波長可調雷射量測雙折射光纖的拍頻長度，鮮少人會想到也用來量測液晶之拍頻長度。我們看到液晶也具有雙折射光學特性，參考文獻得知其兩個垂直極化模態的相位差與波長之間的關係，就利用實驗室現有的波長可調雷射來量得液晶之拍頻長度，藉以知道其兩個垂直極化模態之間的相位差為 2π 的光傳遞長度。

四、具體成果說明



圖五 相位差對波長的關係

圖五為 ϕ 對 λ 的關係圖，黑色點為我們實驗結果，紅色線為利用 Origin 軟體 linear fitting 實驗的結果。實驗結果沒有落在斜直線上面，其誤差原因可能為使用的波長可調雷射為二極體雷射，二極體雷射利用溫度控制來調整波長，會有不穩定所造成的。求出

最佳直線斜率 $\frac{\Delta\phi}{\Delta\lambda} = -17.99^\circ/\text{nm}$ ，我們利用光學同調斷層顯微術量測出液晶寬度 $l =$

$87.15 \mu\text{m}$ ，中心波長 $\lambda = 655.75 \text{ nm}$ 代入 $\frac{\Delta\phi}{\Delta\lambda} = -\frac{1}{\lambda} \frac{2\pi l}{L}$ ，可求得拍頻長度為 $2.660 \mu\text{m}$ 。

另外，液晶材料為 E7 之拍頻長度理論值為 $L_B = \frac{2\pi}{k_0 \cdot \Delta n} = \frac{2\pi}{(2\pi/\lambda_0) \cdot \Delta n} = \frac{\lambda_0}{\Delta n} =$

$\frac{655.75\text{nm}}{0.2246} = 2.92 \mu\text{m}$ ，誤差百分率為 8.88%。

五、結論

我們利用波長可調雷射，測出水平配向、材料為 E7 液晶的拍頻長度為 $2.447\ \mu\text{m}$ ，即兩個垂直極化模態之間的相位差為 2π 的光傳遞長度。藉由此方法，可量測任何具有雙折射性質的樣品，並得知其光學特性。

五、參考文獻

- [1]. K. Kikuchi and T. Okoshi, “Wavelength-sweeping technique for measuring the beat length of linearly birefringent optical fibers”, Opt. Lett. **8**, 122 (1983).
- [2]. E. Fazio, W. A. Ramadan, M. Bertolotti, and G. C. Righini, “Direct measurement of birefringence in ion-exchanged planar waveguides”, Opt. Lett. **21**, 1238(1996)