

# 利用晶體水平旋轉法檢驗波片的快慢軸

Fang-Wen Sheu<sup>a,b</sup> (許芳文) and Shu-Yen Liu<sup>a</sup> (劉書巖)

<sup>a</sup>Department of Applied Physics, National Chiayi University, Chiayi 60004, Taiwan

<sup>b</sup>Graduate Institute of Optoelectronics and Solid State Electronics, National Chiayi University, Chiayi 60004, Taiwan

(國立嘉義大學<sup>a</sup>應用物理學系, <sup>b</sup>光電暨固態電子研究所)

Telephone: 05-2717993; Fax: 05-2717909; E-mail: fwsheu@mail.ncyu.edu.tw  
(NSC-95-2112-M-415-004)

**摘要** --- 我們建立一套簡易的實驗系統及方法, 配合理論電腦模擬結果, 可以檢驗出四分之一波片的快軸與慢軸。過程是先找出波片晶體主軸的位置, 再利用檢偏片量測45°線偏振光通過晶體主軸為水平或垂直的四分之一波片後, 其水平、垂直兩正交偏振模態電場分量的相位差大小與波片水平旋轉角度的關係, 並和理論模擬圖形比對即可分辨。

**關鍵字** --- 相位差 (phase delay)、波片 (wave plate)、雙折射 (birefringence)、晶體主軸 (crystal principle axis)

## 1. 前言

光學波片是一種基本且重要的光學元件, 而對講求精密度的量測系統而言, 我們對於各式元件無論在定性或定量上的特性, 就必須更精確的加以求證才行, 當然對於光學波片也不例外。我們利用一套簡易的實驗系統及方法, 配合電腦理論模擬結果, 判斷出四分之一波片 (材質為石英, 屬正單軸雙折射晶體) 的快軸與慢軸的位置。我們先將橢圓偏振光相位差檢測的理論公式代入電腦模擬程式, 求得理論上相位差大小隨波片水平旋轉角度的分佈圖形。實驗過程則是先找出波片晶體主軸的位置, 再利用檢偏片量測45°線偏振光通過四分之一波片後, 其水平、垂直兩正交偏振模態電場分量的相位差大小與波片水平旋轉角度的關係, 並和理論模擬圖形比對, 就可以分辨出四分之一波片的主軸是快軸或慢軸。

## 2. 檢驗波片快慢軸的實驗原理與理論模擬結果:

圖1和圖2分別是當晶體c軸在y方向及x方向的折射率橢圓正視圖。當晶體c軸在y方向時, x、y偏振的輸入光分量所看的折射率分別是 $n_o$ 、 $n_e$ ; 而當晶體c軸在x方向時 (晶體尚未水平旋轉), x、y偏振的輸入光分量所看的折射率分別是 $n_e$ 、 $n_o$ 。當45°線偏振光通過四分之一波片後, 其晶體主軸上兩正交模態電場分量的相位差分別為+90°和-90°。

我們利用 For 迴圈先模擬出當晶體 c 軸在垂直方向而且晶體水平旋轉的情形, 下列為部份的 Mathematica 電腦模擬程式碼:

```
z[n_, e_] :=  $\frac{L}{\text{Cos}[\text{ArcSin}[\frac{\text{Sin}[\theta]}{n}]]}$ ;  $\begin{pmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ ;  
emax =  $\pi/9$ ; estep =  $\pi/90$ ; For[ $\theta = -\text{emax}$ ,  $\theta \leq \text{emax}$ ,  $\theta = \theta + \text{estep}$ , Print[" $\theta =$ ",  $\theta \times 180/\pi$ , " degree"];  
Print["(1) The c-axis of the crystal is at y direction"];  $\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Exp}[-i n_o \times k_0 \times z[n_o, \theta]] & 0 \\ 0 & \text{Exp}[-i n_e \times k_0 \times z[n_e, \theta]] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{pmatrix}$ ;
```

我們從-20°到+20°水平旋轉波片, 每次旋轉的角度間隔為2°,  $\theta$ 代表的是水平旋轉波片的角度, 將入射光電場的 Jones Vector 乘上波片的 Jones Transfer Matrix 之後即為出射光的 Jones Vector, 再利用  $x\text{phase} = \text{Arg}[E_x]$ ;  $y\text{phase} = \text{Arg}[E_y]$ ;  $d1[\theta] = y\text{phase} - x\text{phase}$ ; 即可算出兩垂直偏振光分量的相位差大小。

圖3是指有一道沿z軸傳播的光入射至水平旋轉 $\theta$ 角且晶體c軸在y方向的波片後發生的折射現象, 而當光射出波片後還是會沿z方向繼續前進。假設折射角為 $\theta_r$ , 則光在波片中經過的距離 $z$ 可以寫成 $z = L / \text{Cos}(\theta_r)$ , 其中 $L$ 是波片厚度。而折射角 $\theta_r$ 必須由司乃爾定律 $n_{air} \times \text{Sin}(\theta) = n \times \text{Sin}(\theta_r)$ 求得, 其中入射角 $\theta$ 為已知, 光在空氣中傳播的折射率 $n_{air} = 1$ , 光在波片中傳播時水平、垂直偏振的光分量所看到的折射率 $n$ 分別是 $n_o$ 、 $n_e$ 。

接著是當晶體 c 軸在水平方向而且晶體水平旋轉的情形的部份電腦模擬程式碼:

```
Print["(2) The c-axis of the crystal is at x direction"];  
eqns = { $n_{ex} \times \text{Sin}[\theta_r] == \text{Sin}[\theta]$ ,  $n_{ex} == 1 / \sqrt{\left(\frac{\text{Cos}[\theta_r]}{n_e}\right)^2 + \left(\frac{\text{Sin}[\theta_r]}{n_o}\right)^2}$ }; nexsol = Solve[eqns, { $\theta_r$ ,  $n_{ex}$ }]  
 $n_{exf} = (n_{ex} /. \text{nexsol})[[1]]$ ;  $\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Exp}[-i n_{exf} \times k_0 \times z[n_{exf}, \theta]] & 0 \\ 0 & \text{Exp}[-i n_o \times k_0 \times z[n_o, \theta]] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{pmatrix}$ ;  
 $x\text{phase} = \text{Arg}[E_x]$ ;  $y\text{phase} = \text{Arg}[E_y]$ ;  $d2[\theta] = y\text{phase} - x\text{phase}$ ;
```

圖 4 則是將晶體c軸在水平方向時的折射率橢圓的概念加到波片的圖中，當光沿z軸傳播入射至水平旋轉 $\theta$ 角的波片會產生偏折，假設此時光的折射角為 $\theta_r$ ，則水平偏振光分量所看到的折射率為 $n_{ex}(\theta_r)$ ，它會隨著入射角的不同而有所變化，此時和晶體c軸在垂直方向不同的是，水平偏振光分量在波片中傳播時所看到的折射率 $n_{ex}(\theta_r)$ 必須由  $n_{air} \times \sin(\theta) = n_{ex}(\theta_r) \times \sin(\theta_r)$  和  $1/n_{ex}^2(\theta_r) = [\cos(\theta_r)/n_e]^2 + [\sin(\theta_r)/n_o]^2$  所組成的聯立方程式求解才能得知。反觀垂直偏振光分量在波片中傳播時所看到的折射率則都是 $n_o$ ，因為 $n_o$ 並不會隨著入射方向的不同而改變。

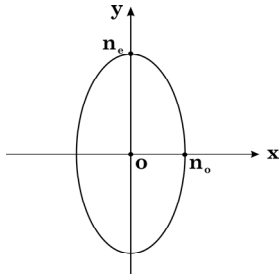


圖 1 晶體 c 軸在 y 方向的折射率橢圓正視圖

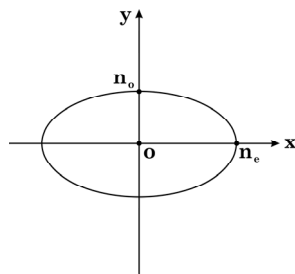


圖 2 晶體 c 軸在 x 方向的折射率橢圓正視圖

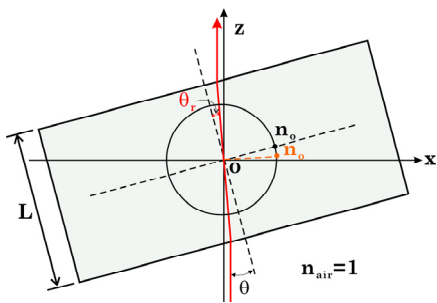


圖 3 晶體 c 軸在垂直方向且水平旋轉的折射率橢圓俯視圖

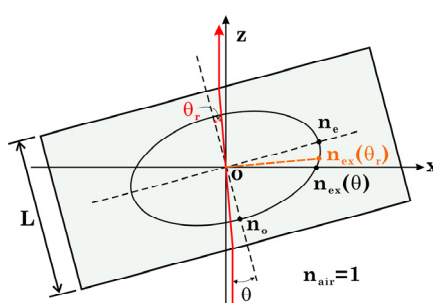


圖 4 晶體 c 軸在水平方向且水平旋轉的折射率橢圓俯視圖

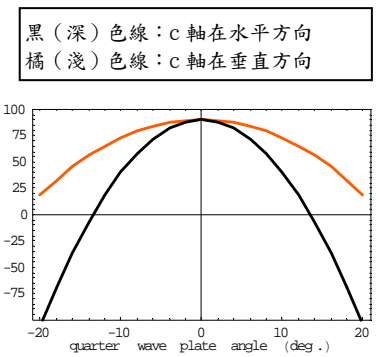


圖 5 相位差大小分佈之初步理論模擬圖

由橢圓偏振光相位差檢測理論公式代入模擬程式所得到的相位差初步理論分佈圖形如圖 5 所示。從圖 5 可以看到當四分之一波片水平旋轉角度為  $0^\circ$  時，所對應到的相位差大小為  $90^\circ$ 。當水平旋轉波片時，因為光在波片中經過的路徑長度不同，所以相位差大小會隨水平旋轉的角度而變化。當晶體c軸在垂直方向時(圖中淺色線所表)，水平、垂直偏振的光分量所看的折射率分別是 $n_o$ 、 $n_e$ ；而當晶體c軸在水平方向時(圖中深色線所表)，水平、垂直偏振的光分量所看的折射率分別是 $n_{ex}(\theta_r)$ 、 $n_o$ ，所以此兩種情況下相位差大小隨水平旋轉角度的變化趨勢會有所不同，我們就是藉此來判斷波片的快慢軸。

### 3. 實驗系統與步驟

圖 6 為實驗系統架構圖，首先將線偏振氦雷射光源以  $45^\circ$  輸出至偏振片，在偏振片後放置光功率計，量測通過偏振片後的光功率。轉動偏振片，觀察光功率大小的變化，直到光功率計上顯示的功率值為最小。此時偏振片穿透軸的方向和線偏振光源偏振方向互相垂直。此時在光源與偏振片中間放置一個四分之一波片，使光通過四分之一波片和偏振片。轉動此波片，再次使得測量到的光功率為最小。此時波片的快慢軸是和線偏振光源偏振方向平行。所以此時將波片順時針或逆時針旋轉  $45^\circ$ ，此波片的快慢軸方向即為垂直或水平的方向了。接著保持波片的軸在垂直與水平狀態。我們以  $2^\circ$  的間隔水平旋轉此波片，範圍是從  $-20^\circ$  到  $+20^\circ$ 。每轉一次水平旋轉台，就利用偏振片量一次穿透軸在  $45^\circ$  時的光強度  $I_a$  和穿透軸在  $135^\circ$  時的光強度  $I_b$  (量  $I_a$  的方向和光源線偏振方向相同，量  $I_b$  的方向和量  $I_a$  垂直)，將量測值代入橢圓偏振光的理論公式： $\sin \phi = \pm 2\sqrt{I_a \cdot I_b} / (I_a + I_b)$  算出相位差。做完後將波片旋轉  $90^\circ$  (即將波片快慢軸的位置對調)，重複上述實驗。將所有量測值記錄起來，用 Origin 電腦軟體計算出波片在每個角度下的相位延遲，並作出相位延遲大小對水平旋轉角度的圖，再將此圖和電腦模擬的理論圖形比較，以判斷出波片快慢軸的確切位置。

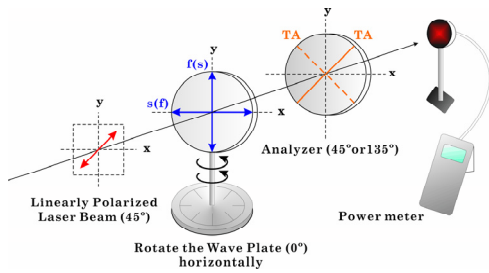


圖 6 判斷波片快慢軸實驗系統架構圖

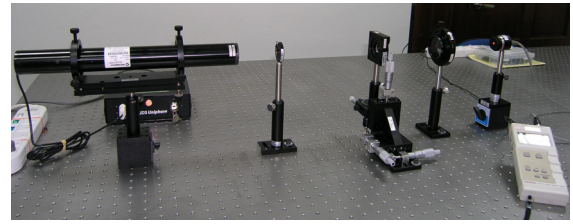


圖 7 判斷波片快慢軸實驗系統實體圖

#### 4. 判斷波片快慢軸實驗結果與分析討論

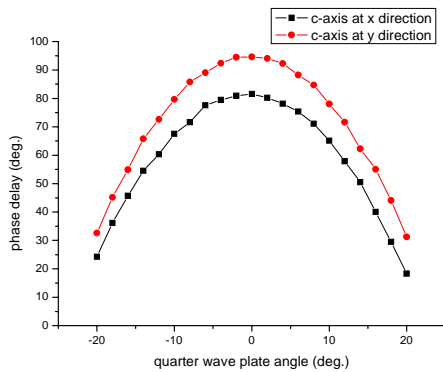


圖 8 實驗結果圖

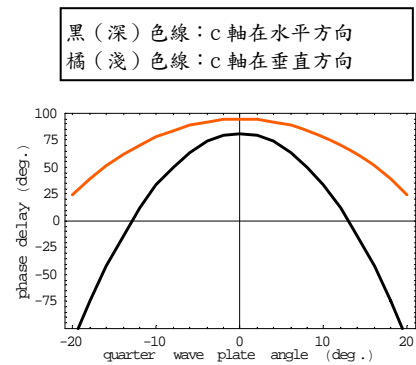


圖 9 最接近實驗結果的電腦模擬圖

由於實驗結果圖（如圖 8）和初步的理論模擬圖形（如圖 5）有些出入，所以我們又再次利用 Mathematica 電腦軟體模擬出在各種不同條件下所得到的結果會如何。我們分別針對五種可能造成誤差的情況進行模擬，整理過後的結果如下：第一種情況是如果改變入射光的線性偏振平面的角度，其量測結果並不會受到影響。第二種情況是計算折射率時是否採用進位法會有差別，因為當雙折射晶體的 c 軸在水平方向時，水平偏振的電場分量看到的折射率必須利用折射率橢圓與司乃爾定律，否則誤差會更大。第三種情況是因為在初步的模擬中，我們假設入射光是線性偏振光，其初始相位為  $0^\circ$ ，但如果入射光束不是完全線性偏振光而具有初始相位，則極值會分開。我們在程式碼中設定入射光電場 Jones Vector 的分量具有相位差，再重新模擬，則模擬結果會更接近實驗結果。第四種情況是如果波片在水平旋轉時，其晶體主軸並非完全垂直或水平，則兩個極值會同步變小。而在實驗結果中，也有發生極值的平均值小於  $90^\circ$  的情況，所以我們認為實驗時晶體主軸並非完全垂直或水平。第五種情況則是當入射光束具有初始相位  $-6.5^\circ$ ，且晶體主軸偏離水平面或垂直面  $5.2^\circ$  時，所得到的模擬結果會最接近實驗成果，圖 5 就是第五種情況的電腦模擬圖。它是將第三種情況和第四種情況結合所進行的模擬。模擬結果相位差大小的極值分別為  $94.62^\circ$  和  $81.63^\circ$ ，這是最接近實驗結果的相位差大小，具有相同的極值分開程度與平均值大小。

但我們覺得晶體主軸傾斜誤差不太可能達到  $5.2^\circ$  之多，誤差原因也有可能是因為量測光功率的準確度不足，或是其他原因所造成的誤差。雖然如此，我們還是可以利用這個方法來分辨波片快慢軸的位置，因為在實驗完成後我們將固定波片的套環拆開來，發現有截角處（代表 c 軸的位置）的確是在我們所判斷 c 軸的方向上。

#### 5. 結論

經由這項研究證實，利用檢偏片量測  $45^\circ$  線偏振光通過晶體主軸為水平或垂直的四分之一波片後，其水平、垂直兩正交偏振模態電場分量的相位差大小與波片水平旋轉角度的關係，並和理論模擬圖形比對，就可以分辨出四分之一波片的主軸是快軸或慢軸。只是在實驗上如果能盡力排除我們所模擬出可能造成誤差的原因，將能使實驗結果跟初步理論模擬結果更加吻合。

#### 參考文獻

- [1] Optics Guide, CASIX co. (1995) p. 1 [ $n_o = 1.5427$ ,  $n_e = 1.5518$  (633 nm)].
- [2] Amnon Yariv, "Optical Electronics in Modern Communications," (New York, Oxford, 1997), 5th ed., Chap. 1.